

Modellierung geschieht in vier Schritten, in denen die mathematische Struktur der Realität erkannt, in einen mathematischen Kontext transformiert, dort ausgebaut und strukturiert und abschließend in die Realität zurück transformiert wird, um die Tragweite und Gültigkeit des Modells zu beurteilen. In der **7. Klasse** kann das Bewusstsein für solche Fragestellungen bereits entwickelt werden – die SchülerInnen probieren und vergleichen gezielt verschiedene Lösungen eines Problems und machen die optimale Lösung über graphische Darstellungen im Rahmen von Zuordnungen anschaulich plausibel. Dies entspricht einem ersten Schritt von der Realität in eine mathematische Systematisierung durch Strukturierung.

Im Rahmen der Untersuchung von Funktionen in der **8. Klasse** wird die Idee des Probierens aus der 7. Klasse an den Computer übergeben, wenn Funktionsplotter im Unterricht eingesetzt werden. Der zugrunde liegende Ansatz wird hier vertieft und auf diesem Weg die mathematische Theorie erweitert. In der **9. Klasse** lernen die SchülerInnen im Rahmen der Behandlung quadratischer Funktionen Grundlagen kennen, um die Lösung durch Probieren aus der 7. und 8. Klasse nun mit Hilfe eines mathematischen Formalismus bei einigen Beispielen schneller zu finden und abzusichern, indem zur Optimierungsaufgabe erste leichte Funktionsgleichungen gefunden werden.

In der **10. Klasse** ergeben sich durch weitere Funktionstypen und die Anfänge der Differentialrechnung erweiterte Möglichkeiten für genau dieselbe Fragestellung. Die Anschauung an der graphischen Darstellung wird von den SchülerInnen zunehmend genutzt, um Zusammenhänge zu finden, die sich hinterher bei Berechnungen optimaler Lösungen auch in komplexeren Kontexten als hilfreich erweisen.

Schließlich werden die erlernten Methoden der Differentialrechnung zur Optimierung auch in komplexeren Situationen in der **Oberstufe bis hin zur Abiturklausur** eingesetzt. Ein frühes Verständnis der zugrunde liegenden Frage hilft also bis zum Abitur und darüber hinaus vor allem auch beim Verständnis dafür, dass auch später im realen Leben nicht immer die erste sichtbare Lösung auch umgesetzt wird, weil eben erst die beste oder zumindest eine sehr gute Lösung gefunden werden soll.

Auf dem beschriebenen Weg gibt es auch zur **Rückübertragung auf die Realität**, die erst ein Bewerten des Modells ermöglicht, ebenfalls Gelegenheiten: In der **8. Klasse** kann im Rahmen der Viereckslehre die Frage nach dem optimalen Viereck (z.B. Tiergehege mit größtmöglicher Fläche bei vorhandenem Zaun) auf andere Vierecke als das in **Klasse 7** mögliche Rechteck und anschließend auf Vielecke bis zum Kreis erweitert werden. Eine Bewertung der Lösung zeigt dann aber, dass der Kreis zwar optimal wäre, wegen der unendlich vielen nötigen Stützen aber real nicht umsetzbar ist bzw. andere Nachteile zeigt. Bei der Untersuchung der Funktionen ab der **9. Klasse** finden sich auch Kontexte z.B. zum Materialverbrauch von Verpackungen, bei denen bei der Umsetzung Idealisierungen, wie z.B. das Weglassen der Dicke des Materials nötig sind, um die Berechnungen durchzuführen, die dann bei der Lösungsbewertung diskutiert werden müssen. Diese Ansätze lassen sich bis in die **Oberstufe** hinein immer weiter vertiefen.

Der Fachbereich Mathematik strebt an, dass die Ideen des Modellierens in allen Klassenstufen und in verstärktem Maße in den aktuellen Unterricht der Sekundarstufe I eingehen. Dazu müssen geeignete Inhalte gebündelt und weitere gemeinsam gefunden, ausgewählt und verbindlich beschlossen werden.

Flächenformeln in Klasse 8 als Beispiel für die Förderung des Argumentierens als wesentliche Basis des Austauschs in der Mathematik und weit darüber hinaus

Das adressatengerechte Argumentieren spielt sowohl in der Schule als auch in der Gesellschaft eine zunehmend größere Rolle – es ist mittlerweile klar, dass nicht immer das fundiertere Wissen sondern eben auch die geeignetere Darstellung der eigenen Argumente wesentlich für den Erfolg ist. Die Mathematik eignet sich hier in ganz besonderem Maße, das Argumentieren zu üben, da im Gegensatz zu vielen anderen Bereichen die Aspekte der Richtigkeit und der Überzeugungskraft der Argumentation klar voneinander getrennt betrachtet werden können.

Es gibt keine andere Wissenschaft, die sich so eindeutig darauf geeinigt hat, wann eine Argumentation als richtig zu gelten hat, so dass hier Aspekte der Überzeugungskraft von der reinen Logik der Richtigkeit getrennt behandelt und erkannt werden können. Zusätzlich bietet sich die Mathematik hier an, weil sie jede Menge Argumentationen auf relativ einfachem und damit für SchülerInnen zu leistenden Gebieten bereit hält, die außerdem verschieden vertieft werden können und so weitere Perspektiven des Hinterfragens eröffnen. So können die SchülerInnen lernen, wie ein in sich schlüssiger Argumentationsstrang aufgebaut sein sollte, und worauf man achten kann, damit die Argumentation überzeugend wird.

Am Beispiel der Flächenberechnungen in Klasse 8 soll dies kurz dargestellt werden.

Das Argumentieren erfolgt in der Mathematik regelmäßig, wenn neu gefundene Zusammenhänge begründet werden sollen – ob dies nun Herleitung oder Beweis genannt wird. Damit verschiedene Argumentationslinien vergleichbar werden, müssen zunächst einmal verschiedene Argumentationen existieren.

Im Rahmen der Flächenberechnungen von Vierecken wird zum Erlernen des „Handwerkszeugs“ zunächst der Flächeninhalt des Parallelogramms eher gelenkt entdeckt. Die SchülerInnen lernen hier Zugänge zur Flächenberechnung wie Pflasterung mit Quadraten, Zerlegen und Ergänzen noch einmal kennen. Anschließend werden in einer offenen Phase in Gruppen Formeln für die anderen Vierecke gesucht und die Ideen zur Begründung fixiert. Durch die verschiedenen Vierecke kommen alle SchülerInnen zumindest auf eine Formel und durch die Eigenart der Vierecke finden sich bei einigen Vierecken auch regelmäßig mehrere auf den ersten Blick völlig verschiedene Formeln sowie völlig verschiedene Herleitungswege. Bei einer Sichtung der Argumentationsstränge durch die SchülerInnen können schnell unverständliche und fehlerhafte Wege begründet aussortiert oder verbessert werden. Die verbliebenen Wege werden dann von den SchülerInnen nach selbst entwickelten Kriterien der „Schönheit“ beurteilt. Auch die Vollständigkeit der Argumentation – wie weit werden Dinge, die anschaulich klar zu sein scheinen, noch begründet oder einfach hingenommen? – ist bei den Diskussionen ein wesentliches Thema und führt damit weit über den Mathematikunterricht hinaus. Im Rahmen dieses Vorgehens wird auf verschiedensten Ebenen argumentiert. Zum einen steht die Darstellung der Wege zur Formel als Argumentation im Mittelpunkt. Zum anderen muss aber beim Aussortieren und beim Vertreten der eigenen Beurteilungskriterien immer wieder schlüssig argumentiert werden ... und alle diese Argumentationen werden immer wieder reflektiert. Somit lernen die SchülerInnen insbesondere, mehrere Argumentationslinien als schlüssig anzuerkennen, und sich trotzdem für einen der Stränge begründet – hier gerade auch mit „weicheren“ Kriterien - entscheiden zu können.

Der Fachbereich Mathematik strebt an, dass solche Diskussionen von Argumentationen bereits in der 7.Klasse an geeigneten Themengebieten angegangen und dann bis zur Oberstufe immer weiter vertieft werden. Dazu sollen Erfahrungen aus den schon vorhandenen Umsetzungen gesammelt und gebündelt werden, eventuell weitere geeignete Inhalte gemeinsam gefunden und ausgewählt werden, sowie ein verbindlicher Rahmen der Umsetzung beschlossen werden.